

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)

Кафедра «Управление качеством»

## РАСЧЕТ ИНДЕКСОВ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОЦЕССОВ

Методические указания к практическим занятиям  
по дисциплине «Статистическое управление»

Ростов-на-Дону  
ДГТУ  
2018

УДК 006.1

Составитель: О.Ю. Сорочкина

Расчет индексов возможностей процессов: методические указания к практическому занятию по дисциплине «Статистическое управление» / Ростов н/Д, Издательский центр ДГТУ, 2018. - 10 с.

Приведены методы расчета показателей возможностей процесса. Методические указания предназначены для бакалавров направления подготовки 27.03.01 и магистров направления подготовки 27.04.01 Стандартизация и метрология, и бакалавров направления подготовки 27.03.02 Управление качеством.

УДК 006.1

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

Научный редактор д-р техн. наук, профессор В.П. Димитров

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Управление качеством»  
д-р техн. наук, профессор В.П. Димитров

---

В печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_.2018 г.  
Формат 60×84/16. Объем \_\_\_\_ усл. п. л.  
Тираж \_\_\_\_ экз. Заказ №. \_\_\_\_.

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия:  
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный технический университет, 2018

## 1 Общие положения

Оценка того, насколько процесс способен удовлетворять требованиям, установленным в нормативных документах, – типовая задача для технологических процессов, процессов обслуживания.

Такие задачи играют важную роль в системе взаимоотношений "поставщик – потребитель".

Показатели возможностей используют для следующих целей:

- предконтрактный анализ потенциальных возможностей поставщика удовлетворять требования потребителя;

- установление требований к процессам;
- планирование качества разрабатываемой продукции;
- приемка процессов на основе опытных партий;
- аттестация процессов;
- планирование приемочного контроля;
- планирование непрерывного улучшения процессов;
- аудиты второй стороной и внутренние аудиты процессов.

Показатели возможностей характеризуют потенциальные и фактические возможности процесса удовлетворять установленным техническим допускам для значений выходного показателя качества, измеряемого по количественному признаку.

Условия применения показателей возможностей:

- индивидуальные значения показателей качества отдельных единиц продукции должны подчиняться нормальному закону распределения или близкому к нему;
- предварительно должна быть проведена оценка стабильности процесса;
- изменчивость результатов измерений, обусловленная измерительной системой, должна быть мала по сравнению с техническим допуском.

Показатели, применяемые для оценки возможностей стабильного процесса, называют **индексами воспроизводимости** процесса  $C_p$  и  $C_{pk}$ .

Показатели, применяемые для оценки возможностей процессов, стабильность которых не подтверждена, называют **индексами пригодности** процесса  $P_p$  и  $P_{pk}$ .

Потенциальные возможности процессов оценивают с помощью индексов  $C_p$  и  $P_p$ , при условии, что среднее процесса настроено или может быть настроено на центр поля допуска.

Если среднее процесса отлично или может быть отлично от центра поля допуска, то для анализа процессов следует применять индексы  $C_{pk}$  и  $P_{pk}$ .

## 2 Модели распределения характеристик

Модели распределения, зависящей от времени характеристики, могут быть отнесены к одной из четырех групп в зависимости от параметров положения и изменчивости:

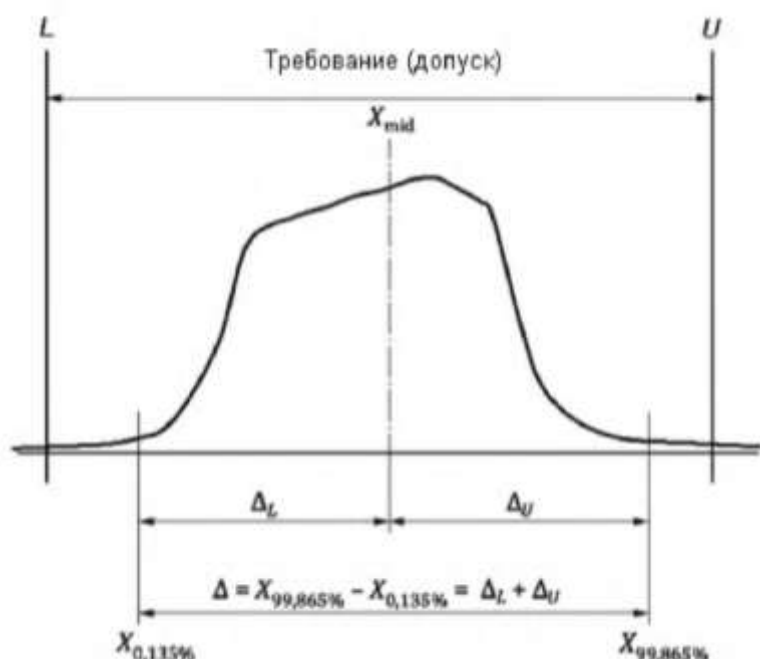
- **Модель А.** Параметры положения и изменчивости процесса являются постоянными. В этом случае все средние и дисперсии мгновенных распределений равны друг другу и параметрам результирующего распределения.
- **Модель В.** Параметр изменчивости процесса изменяется во времени, а параметр положения процесса остается постоянным.
- **Модель С.** Параметр изменчивости процесса является постоянным, а параметр положения изменяется во времени.
- **Модель D.** Параметры положения и изменчивости процесса изменяются во времени

Таблица 1 - Основные характеристики моделей распределения

Характеристика	Модели распределения зависящего от времени <sup>a</sup>							
	A1	A2	B	C1	C2	C3	C4	D
Параметр положения	c	c	c	r	r	s	s	S
Параметр изменчивости	c	c	s/r	c	c	c	c	s/r
Мгновенное распределение	nd	1m	nd	nd	nd	as	as	as
Результирующее распределение	nd	1m	1m	nd	1m	as	as	as
Рисунок	1	2	3	4	5	6	7	8
<p>Параметр положения/изменчивости:  c — параметр остается постоянным;  r — параметр изменяется случайным образом;  s — параметр изменяется систематически.</p> <p>Мгновенное/результирующее распределение:  nd — нормальное распределение;  1m — унимодальное (не нормальное) распределение;  as — любая форма распределения</p> <p><sup>a</sup> Выбор модели является результатом анализа процесса.</p>								

### 3 Методы определения индексов воспроизводимости и пригодности

Основой определения статистик воспроизводимости и пригодности процесса является распределение характеристики продукции. Вычисление индексов пригодности и воспроизводимости основано на определении оценок параметров положения и изменчивости измеряемой характеристики и их соотношению с допусками.



$L$  – нижняя граница поля допуска;

$U$  – верхняя граница поля допуска;

$X_{mid}$  – медиана распределения, показывающая положение процесса;

$\Delta$  - изменчивость процесса;

$\Delta_L$  - разность между квантилями  $X_{mid}$  и  $X_{0,135\%}$  распределения характеристики продукции;

$\Delta_U$  - разность между квантилями  $X_{99,865\%}$  и  $X_{mid}$  распределения характеристики продукции;

$X_{0,135\%}$  - квантиль распределения уровня 0,135%;

$X_{99,865\%}$  - квантиль распределения уровня 99,865%.

Рисунок 1. Графическое представление общего геометрического метода.

Индекс пригодности:

$$P_p = \frac{U-L}{\Delta} \quad (1)$$

Нижний индекс пригодности процесса:

$$P_{pkL} = \frac{X_{mid}-L}{\Delta_L} \quad (2)$$

Верхний индекс пригодности процесса:

$$P_{pkU} = \frac{U-X_{mid}}{\Delta_U} \quad (3)$$

Меньший индекс пригодности процесса:

$$P_{pk} = \min(P_{pkL}, P_{pkU}) \quad (4)$$

Если процесс статистически управляем, то можно определить индекс воспроизводимости.

Индекс воспроизводимости:

$$C_p = \frac{U-L}{\Delta} \quad (5)$$

Нижний индекс воспроизводимости процесса:

$$C_{pkL} = \frac{X_{mid}-L}{\Delta_L} \quad (6)$$

Верхний индекс воспроизводимости процесса:

$$C_{pkU} = \frac{U-X_{mid}}{\Delta_U} \quad (7)$$

Меньший индекс воспроизводимости процесса:

$$C_{pk} = \min(C_{pkL}, C_{pkU}) \quad (8)$$

### 3.1 Методы вычисления параметра положения $X_{mid}$

Таблица 2

Номер метода, $I$	Метод вычисления параметра положения $M_{I,d}$
1	$\hat{X}_{mid} = \bar{x} = \frac{1}{kn} \sum x_i$
2	$\hat{X}_{mid} = \tilde{x} = X_{50\%}$ если $n$ – нечетное $= \left\{ \begin{array}{l} x_{(\frac{n+1}{2})}, \\ \frac{1}{2} [x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}] \end{array} \right\}$ если $n$ – четное } порядковая статистика $x_i$
3	$\hat{X}_{mid} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum \bar{x}_i$
4	$\hat{X}_{mid} = \bar{\tilde{x}} = \frac{1}{k} \sum \tilde{x}_i$
$x_i$ – отдельные значения; $n$ – количество значений в подгруппе; $\bar{x}_i$ – среднее $i$ -й – подгруппы; $k$ – количество подгрупп объема $n$ ; $\tilde{x}_i$ – медиана $i$ -й – подгруппы.	

### 3.2 Методы вычисления параметра изменчивости $\Delta$

Таблица 3

Номер метода, $d$	Метод вычисления параметра положения $M_{I,d}$
1	$\hat{\Delta} = x_{99.865\%} - x_{0.135\%};$ $\hat{\Delta}_U = x_{99.865\%} - x_{mid}; \hat{\Delta}_L = x_{mid} - x_{0.135\%}$

2	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma};$ где $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum S_i^2}{k}}$
3	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma};$ где $\hat{\sigma} = \frac{\sum S_i}{kc_4}$
4	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma};$ где $\hat{\sigma} = \frac{\sum R_i}{kd_2}$
5	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}; \hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma};$ где $\hat{\sigma} = s_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$
$S_i^2$ – оценка дисперсии $i$ -й – подгруппы; $S_i$ – стандартное отклонение $i$ -й – подгруппы; $R_i$ – размах $i$ -й – подгруппы; $k$ – количество подгрупп объема $n$ ; $s_t$ – стандартное отклонение общего набора данных. Коэффициенты $d_2$ и $c_4$ определяются по таблице 5	

Для конкретной модели распределения не могут быть использованы все методы вычислений. В таблице 4 приведены методы вычисления индексов, применимые к приведенным моделям.

Таблица 4

	Модель	A1	A2	B	C1	C2	C3	C4	D
Вычисление медианы	1	*		*					
	2	*	*	*	*	*	*	*	*
	3	*							
	4	*	*	*					
Вычисление дисперсии	1	*	*	*	*	*	*	*	*
	2	*							
	3	*							
	4	*							
	5	*	*	*	*				*

#### 4 Опорный интервал

**Опорный интервал** — интервал между верхней и нижней опорными границами. Опорный интервал включает 99,73 % элементов совокупности значений исследуемой характеристики процесса, находящихся в состоянии статистической управляемости, границы которого отсекают 0,135 % с каждой стороны распределения. Его применяют, даже если распределение значений наблюдаемой характеристики не является нормальным.



Рисунок 2

Для нормального распределения длина опорного интервала составляет шесть стандартных отклонений (рисунок 2). Если распределение значений характеристики не является нормальным (или является искаженным нормальным), то опорный интервал может иметь вид, представленный на рисунке 3. Значения  $Y_1$  и  $Y_2$ , обычно представляющие собой квантили уровней 0,135 % и 99,865 %, могут быть оценены с использованием вероятностной бумаги (рисунок 4) В качестве альтернативы методу вероятностной бумаги иногда используют стандартизованные кривые Пирсона.



Рисунок 3

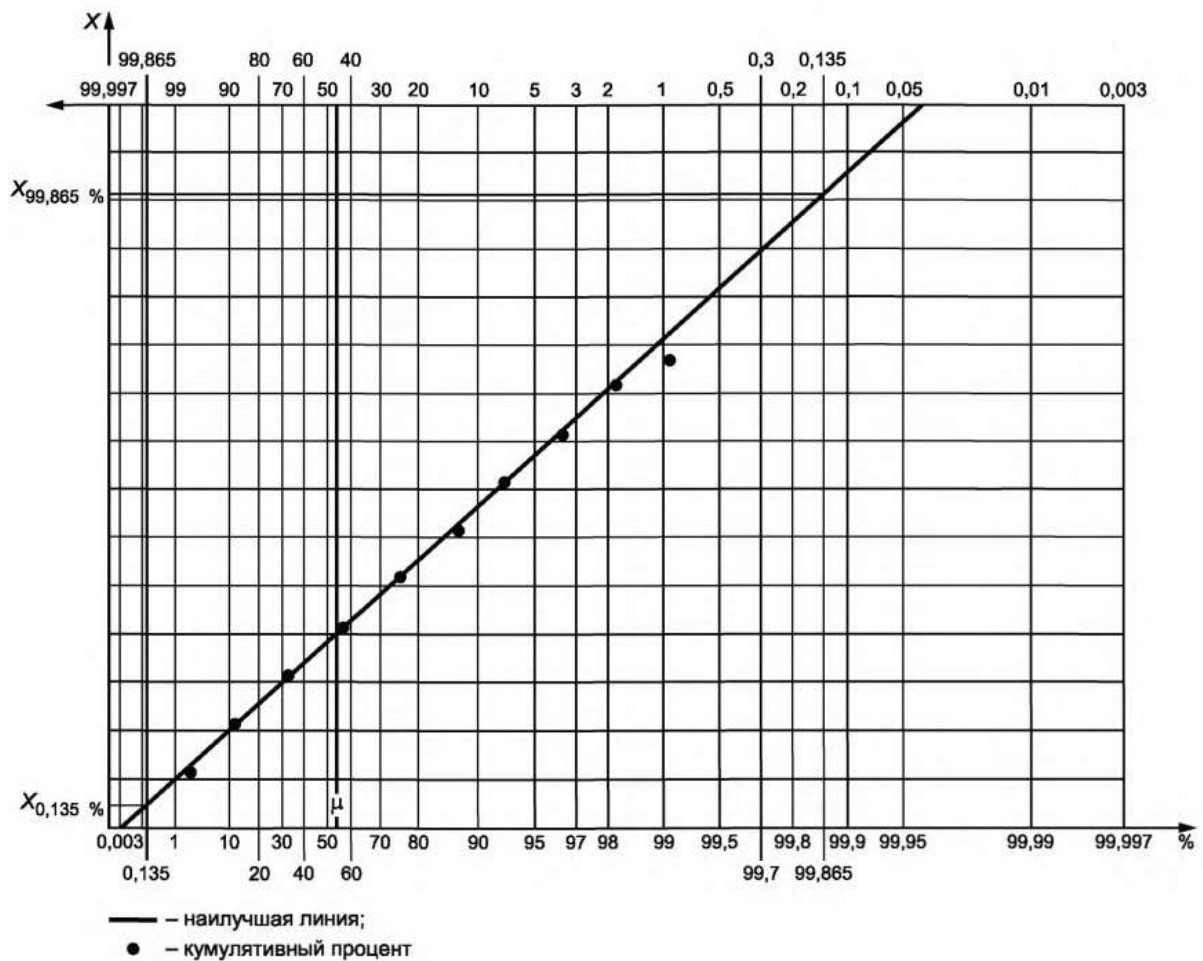


Рисунок 4

Таблица 5 - Значения коэффициентов для расчета параметров изменчивости.

n	d <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>
2	1,128	0,7979
3	1,693	0,8862
4	2,059	0,9213
5	2,326	0,9400
6	2,534	0,9515
7	2,704	0,9594
8	2,847	0,9650
9	2,970	0,9693
10	3,078	0,9727
11	3,173	0,9754
12	3,258	0,9776
13	3,336	0,9794

n	d <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>
14	3,407	0,9810
15	3,472	0,9823
16	3,532	0,9835
17	3,588	0,9845
18	3,640	0,9854
19	3,689	0,9862
20	3,735	0,9869
21	3,778	0,9876
22	3,819	0,9882
23	3,858	0,9887
24	3,895	0,9892
25	3,931	0,9896

## 5 Связь показателей возможностей стабильных процессов с ожидаемым уровнем несоответствий

По известным значениям  $C_p$  и  $C_{pk}$  можно определить интервал, в котором находится ожидаемый уровень несоответствий. По значению  $C_{pk}$  определяют максимально возможное значение ожидаемого уровня несоответствий, по значению  $C_p$  - минимально возможное.

Таблица 6 - Связь индексов воспроизводимости  $C_p$  и  $C_{pk}$  стабильных процессов с ожидаемым уровнем несоответствий продукции

Значение $C_p$ или $C_{pk}$	Уровень несоответствий продукции в	
	процентах несоответствующих единиц продукции, %	числе несоответствующих единиц на миллион единиц продукции, ppm
0,33	32,2	322000
0,37	26,7	267000
0,55	9,9	99000
0,62	6,3	63000
0,69	3,8	38000
0,75	2,4	24000
0,81	1,5	15000
0,86	0,99	9900
0,91	0,64	6400
0,96	0,40	4000
1,00	0,27	2700
1,06	0,15	1500
1,10	0,097	970
1,14	0,063	630
1,18	0,040	400
1,22	0,025	250
1,26	0,016	160
1,30	0,0096	96
1,33	0,0066	66



## 6 Задание

**Задача №1.** Представлен вес (отклонение в граммах) 100 последовательно произведенных резиновых деталей. Эти детали были разбиты на 20 групп по пять в каждой.

Ниже даны результаты измерений (в граммах), а также среднее и размах каждой группы. Номинальное значение массы резинового изделия ( $150 \pm 10$ )г.

Групповые значения						$\bar{X}$	$R$
1.	3	-3	-2	2	-4	-0,8	7
2.	-6	-2	-5	-2	5	-2,0	11
3.	5	3	2	6	2	3,6	4
4.	4	7	11	6	3	6,2	8
5.	3	-2	3	-1	-3	0,0	6
6.	4	-1	-2	2	3	1,2	6
7.	-4	-11	-5	-7	-5	-6,4	7
8.	-6	15	-5	-1	-1	0,4	21
9.	1	3	7	-6	2	1,4	13
10.	-1	-5	1	2	1	-0,4	7
11.	2	2	-1	-8	-7	-2,4	10
12.	5	3	6	13	1	5,6	12
13.	-2	-2	4	9	1	2,0	11
14.	6	7	1	3	2	3,8	6
15.	5	2	9	5	-3	3,6	12
16.	-3	-5	-1	-2	-1	-2,4	4
17.	3	-1	-1	1	-2	0,0	5
18.	-3	2	-7	-9	-1	-3,6	11
19.	-3	-2	-6	-2	-6	-3,8	4
20.	-8	-2	4	-1	-1	-1,6	12

Определить показатели возможности процесса. Вид распределения и статистическая управляемость не определена. Определить ожидаемый уровень брака.

**Задача №2.** Давление охлаждающей воды подвергается мониторингу и записывается с помощью самописца на круговую диаграмму. Один день описывается подгруппой по пять значений. Номинальное значение давления  $60 \pm 9$  кПа.

Дата	Давление					$\bar{X}$	$R$
12/1	60	59	54	57	58	57,6	6
12/2	60	59	56	63	59	59,4	7
12/3	61	55	56	61	58	58,2	6
12/4	63	60	57	59	61	60,0	6
12/7	57	58	54	59	61	57,8	7
12/8	56	58	54	59	61	57,6	7
12/9	58	50	51	52	66	55,4	16
12/10	58	53	52	58	56	55,4	6
12/11	56	62	53	59	60	58,0	9
12/14	57	58	58	58	60	58,2	3
12/15	64	64	53	54	60	59,0	11
12/16	64	61	66	48	51	58,0	18

Дата	Давление					$\bar{X}$	$R$
12/17	55	55	55	52	58	55,0	6
12/18	58	66	60	62	61	61,4	8
12/21	70	69	70	70	70	69,8	1
12/22	70	70	70	61	71	68,4	10
1/4	55	51	44	53	58	52,2	14
1/5	52	58	48	49	52	51,8	10
1/6	44	46	51	46	46	46,6	7
1/7	57	58	46	46	56	52,6	12
1/8	59	65	52	56	52	56,8	13
1/11	62	57	56	60	58	58,6	6
1/12	58	53	43	43	62	51,8	19
1/13	52	63	48	54	54	54,2	15

Определить показатели возможности процесса. Вид распределения и статистическая управляемость не определена.

**Задача №3.** Пробы доменного кокса отбирают из коксовой батареи в плановом порядке: от каждой производственной партии, в каждую рабочую смену при трехсменном производственном режиме, ежедневно. После отбора испытываемую пробу от каждой партии подготавливают в лаборатории для химического анализа с целью определения содержания серы (% по массе).

Результаты контрольного анализа содержания серы в пробах кокса из батареи представлены в таблице. (Допуск на параметр составляет  $05 \pm 0,05$ )

номер под- группы	Данные наблюдений		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	0,56	0,56	0,59
2	0,48	0,50	0,55
3	0,57	0,58	0,58
4	0,60	0,58	0,46
5	0,58	0,58	0,56
6	0,50	0,49	0,45
7	0,56	0,58	0,58
8	0,56	0,56	0,59
9	0,48	0,46	0,55
10	0,54	0,53	0,58
11	0,55	0,57	0,46
12	0,46	0,45	0,60
13	0,58	0,58	0,58
14	0,54	0,56	0,59
15	0,56	0,56	0,55
16	0,57	0,58	0,58

номер под- группы	Данные наблюдений		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$
17	0,46	0,45	0,56
18	0,56	0,56	0,45
19	0,56	0,57	0,58
20	0,57	0,55	0,58
21	0,44	0,45	0,50
22	0,59	0,55	0,56
23	0,55	0,57	0,45
24	0,58	0,56	0,58
25	0,46	0,45	0,59
26	0,60	0,58	0,55
27	0,59	0,56	0,58
28	0,54	0,56	0,46
29	0,47	0,49	0,58
30	0,59	0,58	0,50
31	0,49	0,52	0,56

Определить показатели возможности процесса. Вид распределения - нормальный, процесс статистически управляем. Определить ожидаемый уровень брака.

## 7 Список используемой литературы

1. ГОСТ Р ИСО 22514-1—2015 Статистические методы. Управление процессами. Часть 2. Общие принципы. М.: Стандартиформ, 2016
2. ГОСТ Р ИСО 22514-2—2015 Статистические методы. Управление процессами. Часть 2. Оценка пригодности и воспроизводимости процесса на основе модели его изменения во времени. М.: Стандартиформ, 2016
3. ГОСТ Р 50779.46—2012/ISO/TR 22514-4:2007 Статистические методы. Управление процессами. Часть 4. Оценка показателей воспроизводимости и пригодности процесса. М.: Стандартиформ, 2014.
4. ГОСТ Р ИСО 5479-2002 Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения. М.: Издательство стандартов, 2002.